УДК: 633.1:519.25 https://doi.org/10.15407/jai2025.02.072

П. М. Грицюк[1], М. С. Гаврилюк[2], О. І. Джоші[3]
[1,2,3]Національний університет водного господарства та природокористування, Україна
вул. Соборна, 11, м. Рівне, 33028
[1]p.m.hrytsiuk@nuwm.edu.ua
[2]m.s.havryliuk@nuwm.edu.ua
[3]o.i.joshi@nuwm.edu.ua
[1]http://orcid.org/0000-0002-3683-4766
[2]http://orcid.org/0000-0003-1149-6251
[3]https://orcid.org/0000-0002-1205-0318

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ЗАКОНУ РОЗПОДІЛУ ТРЕНДОВИХ ЗАЛИШКІВ ВРОЖАЙНОСТІ ЯК ІНСТРУМЕНТ МОДЕЛЮВАННЯ РИЗИКІВ ЗЕРНОВИРОБНИЦТВА

Анотація. Зерновиробництво є основою аграрної галузі України, відіграючи ключову роль у забезпеченні продовольчої безпеки, формуванні експортного потенціалу та розвитку сільськогосподарських угідь. Завдяки сприятливим природно-кліматичним умовам і наявності родючих ґрунтів, Україна традиційно залишається одним із провідних виробників і експортерів зерна у світі. Однак, ця галузь економіки залишається високоризикованою через значні коливання врожайності культур та закупівельних цін. У даному дослідженні поставлено завдання дослідити різні підходи до оцінювання ризику зерновиробництва, пов’язаного з міжрічними коливаннями врожайності. В якості досліджуваної культури обрано пшеницю. Враховуючи помітне зростання врожайності пшениці за останні роки, для статистичного аналізу були використані не значення врожайності, а відхилення врожайності від лінійного тренду. Розвинуті два підходи до оцінювання ризику: порівняльний, який дозволяє порівнювати ступінь ризику зерновиробництва у двох регіонах, та квантильний, який дозволяє оцінити імовірність фіксованих втрат зерна у даному регіоні. Дані підходи можуть бути використані як аналітичний інструмент при плануванні агропромислового виробництва, особливо в умовах зростаючих кліматичних ризиків. Результати дослідження мають практичне значення для аграрних менеджерів, економістів та державних органів, зацікавлених у підвищенні стабільності та прогнозованості виробництва зернових культур. Запропоновані підходи до кількісного оцінювання ризику дозволяють не лише визначати ступінь можливих втрат, але й формувати ефективні стратегії зниження негативного впливу несприятливих факторів.

Ключові слова: зерновиробництво, врожайність пшениці, аграрний ризик, квантильний підхід, оцінювання ризиків.

P. Hrytsiuk[1], M. Havryliuk[2], O. Joshi[3]
[1,2,3]The National University of Water and Environmental Engineering, Ukraine
11, Soborna st., Rivne, 33028
[1]p.m.hrytsiuk@nuwm.edu.ua
[2]m.s.havryliuk@nuwm.edu.ua
[3]o.i.joshi@nuwm.edu.ua
[1]http://orcid.org/0000-0002-3683-4766
[2]http://orcid.org/0000-0003-1149-6251
[3]https://orcid.org/0000-0002-1205-0318

IDENTIFICATION OF THE LAW OF DISTRIBUTION OF TREND YIELD RESIDUALS AS A TOOL FOR MODELLING GRAIN PRODUCTION RISKS

Abstract. Grain production is the backbone of Ukraine's agricultural sector, playing a key role in ensuring food security, building export potential and developing agricultural land. Thanks to favourable natural and climatic conditions and fertile soils, Ukraine has traditionally been one of the world's leading grain producers and exporters. However, this sector of the economy remains highly risky due to significant fluctuations in crop yields and purchase prices. This study aims to explore different approaches to assessing the risk of grain production associated with interannual yield fluctuations. Wheat was chosen as the crop under study. Given the significant increase in wheat yields in recent years, the deviation of yields from a linear trend was used for statistical analysis rather than yield values. Two approaches to risk assessment have been developed: a comparative approach, which allows comparing the degree of risk of grain production in two regions, and a quantitative approach, which allows estimating the probability of fixed grain losses in a given region. These approaches can be used as an analytical tool for planning agricultural production, especially in the face of growing climate risks. The results of the study are of practical importance for agricultural managers, economists and government agencies interested in increasing the stability and predictability of grain production. The proposed

approaches to quantitative risk assessment allow not only to determine the degree of possible losses, but also to formulate effective strategies to reduce the negative impact of adverse factors.

Keywords: grain production, wheat yield, agricultural risk, quantile approach, risk assessment.

Вступ

Виробництво зерна є однією з найважливіших галузей економіки України, що забезпечує продовольчі потреби населення та стабільне надходження валюти. В той же час, зерновиробництво є високоризиковим бізнесом з огляду на те, що на врожайність дуже сильно впливають зміни погодно-кліматичних умов. Сучасний підхід до оцінювання економічних ризиків опирається на статистичний аналіз дохідності активу. В ролі дохідності зерновиробництва зазвичай вибирають рентабельність зерновиробництва, значення якої надають статистичні джерела [1].

Однак, в умовах української економіки, офіційні дані про рентабельність зерновиробництва не завжди дозволяють об’єктивно оцінити дохідність даного виду бізнесу та ризики, пов’язані з ним. Тому, у даній роботі, для оцінки ризику зерновиробництва ми використовуємо статистичні дані врожайності, надійність яких є достатньо високою. В основу наших подальших оцінок ми кладемо гіпотезу про те, що при сучасному рівні технології зерно-виробництва витрати на виробництво зерна приблизно однакові у різних регіонах України. Тому врожайність сільсько-господарської культури може служити адекватною характеристикою дохідності її вирощування.

Для аналізу проблеми ми використали статистику врожайності пшениці – основної та найбільш вивченої продовольчої культури України. Оскільки врожайність пшениці в областях України в останні роки має стійку тенденцію до зростання, для дослідження коливань врожайності ми розглядаємо не відхилення врожайності від середнього значення, а відхилення врожайності від лінійного тренду. Сума квадратів (модулів) відхилень може бути мірою ризику для даного регіону, закон розподілу відхилень дозволяє оцінити імовірність потенційних втрат врожаю заданого розміру.

Постановка проблеми

Зерновиробництво є однією з ключових галузей аграрного сектору України, що забезпечує продовольчу безпеку країни та формує значну частку експортного потенціалу. Однак виробництво зернових культур, зокрема пшениці, супроводжується високим рівнем ризику через істотні міжрічні коливання врожайності, зумовлені як природно-кліматичними, так і економічними чинниками. Традиційні підходи до оцінювання ризиків у сільському господарстві не завжди дають змогу точно оцінити ймовірність втрат та ефективно керувати ними. У зв’язку з цим виникає необхідність у розробці та впровадженні більш точних і прикладних статистичних методів, які дозволяють не лише кількісно оцінити ступінь ризику, а й забезпечити обґрунтоване ухвалення управлінських рішень у сфері планування зернового виробництва на регіональному рівні.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Урожайність сільськогосподарських культур у значній мірі залежить від кліматичних умов. Стрімкі зміни клімату останніх років створюють загрози для сталого сільського господарства. Розуміння впливу клімату на врожайність сільськогосподарських культур є важливим для планування розвитку сільсько-господарського виробництва в умовах майбутніх змін клімату. Виявлення кліматичних факторів, які є домінуючими причинами коливань врожайності сільськогосподарських культур, має важливе значення для прогнозування регіонального рослинництва.

Багато досліджень останніх років присвячено впливу кліматичних факторів на врожайність сільськогосподарських культур. Виробництво пшениці є основою українського сільського господарства, але зміна клімату загрожує йому в деяких

регіонах України. У великому аналітичному огляді, проведеному в рамках проєкту «Німецько-український діалог з аграрної політики» [2], було оцінено вплив зміни клімату на врожайність озимої пшениці для трьох агрокліматичних зон України. Як стверджують автори, основне занепокоєння викликає степова зона, де спостерігаються часті посухи. Майбутні зміни клімату можуть посилити ці негативні наслідки та спричинити опустелювання цього регіону.

Рослинництво є високоризиковою галуззю народного господарства України. Тому, одним з важливих напрямків аналізу аграрного виробництва є дослідження ризиків зерновиробництва. Цій темі присвячено низку публікацій [3], [4], [5].

Існує два підходи до оцінювання ризику: статистичний та квантильний. Традиційний статистичний підхід зазвичай опирається на гіпотезу про нормальний розподіл досліджуваної величини. Для реалізації квантильних оцінок ризику необхідно ідентифікувати закон розподілу врожайності [6]. Оскільки врожайність зернових культур не є стаціонарною змінною, спочатку потрібно змоделювати та вилучити тренд. Для оцінки ризику слід використовувати трендові залишки врожайності.

Іншим напрямком досліджень рослинництва є вивчення впливу клімату на врожайність. Збільшення обсягів статистичних даних з різних галузей сільського господарства значно розширило можливості використання комп'ютерних технологій для аналізу та моделювання кліматичних впливів на коливання врожайності сільськогосподарських культур. До найбільш потужних інструментів аналізу відносяться методи машинного навчання, які раніше добре зарекомендували себе в медицині, фінансах та біології.

Ранні прогнози врожайності є критично важливими для прийняття рішень як на державному рівні, так і для окремих аграріїв. У дослідженні [7] була розроблена система прогнозування врожайності пшениці на основі статистичної регресії. До вхідних даних були віднесені екстремальні кліматичні індекси та дані дистанційного зондування Землі. Модель з використанням машинного навчання давала більш точні прогнози врожайності пшениці у порівнянні з традиційною моделлю множинної лінійної регресії. Посухи протягом вегетаційного періоду були визначені як найбільш важливі кліматичні явища, які спричиняють втрати врожаю. В огляді [8] представлений опис і порівняння різних методів машинного навчання для побудови прогнозних моделей врожайності сільськогосподарських культур. Дане дослідження дає змогу проаналізувати та порівняти вплив ґрунтового, кліматичного та водного режиму на ріст сільськогосподарських культур у різних регіонах.

Раннє прогнозування врожайності може бути корисним для планування маркетингу, зберігання врожаю, логістики аграрного бізнесу та управління ризиками продовольчої безпеки. У роботі [9] були використані інтелектуальні методи аналізу погодних характеристик. Було розроблено веб-сайт для прогнозування впливу кліматичних параметрів на врожайність сільськогосподарських культур з доведеною високою точністю прогнозу для всіх сільськогосподарських культур і регіонів Індії. Дослідження [10] зосереджене на впливі зміни клімату на богарне сільськогосподарське виробництво в Руанді. Методи машинного навчання були використані для прогнозування майбутніх врожаїв (ірландська картопля та кукурудза) з врахуванням погодних даних. Були визначені оптимальні значення кількості опадів і температури на кожному етапі вегетації для досягнення оптимального врожаю сільсько-господарських культур.

Автори дослідження [11] сконцентрувалися на проблемі прогнозування опадів. Проблемою став обмежений розмір вибірки даних спостережень для навчання моделей. Щоб уникнути цієї проблеми, автори для одного набору даних використали різні моделі машинного навчання з наступним усередненням результатів. Декілька моделей машинного навчання були навчені

на великих кліматичних моделях, а потім були об'єднані в ансамбль для подальшого прогнозування великомасштабних моделей аномалій опадів у західній частині США.

Робота [12] присвячена дослідженню питань впливу погоди на врожайність сільськогосподарських культур. Встановлено, що залежність урожайності сільськогосподарських культур від погодних умов є нелінійною. Підтверджено значний вплив екстремальних погодних показників на врожайність сільськогосподарських культур, що обґрунтовує необхідність включення їх до моделі як предикторів. Нелінійний вплив кліматичних факторів на врожайність пшениці у різних регіонах України був підтверджений у роботі [13].

У дослідженні [14] був запропонований новий підхід до прогнозування врожайності, який використовує класифікаційні методи машинного навчання. Впливаючими факторами слугували середньодекадні значення температур та місячні суми опадів протягом весняної частини вегетаційного періоду.

У даному дослідженні для оцінювання ризику зерновиробництва використовується лише статистика врожайності без розгляду та аналізу причин, які спричинюють коливання врожайності.

Мета дослідження

Метою даного дослідження є порівняння різних підходів до оцінювання ризику зерновиробництва, зумовленого міжрічними коливаннями врожайності пшениці.

Виклад основного матеріалу

Період спостережень за агрокліматичними характеристиками областей України охоплює всього кілька десятиліть. Взявши до уваги складні зміни в економічних механізмах, які відбулися в українському сільському господарстві за останні тридцять років, ми розуміємо, що статистичні дослідження можна проводити лише з використанням даних з 2000 по 2021 рік. За цей час сформувався новий тип великих зернових господарств – агрохолдинги, які стали основними виробниками зерна в Україні.

З іншого боку, військові дії, які розпочалися в Україні у 2022 році, не дозволяють включити до аналізу дані цього року та пізніші через значні втрати матеріальної бази виробництва зерна та триваючі військові дії. У цьому дослідженні ми використовували статистичні дані врожайності пшениці з 2000 по 2021 рік для областей України [1].

Аналіз динаміки врожайності пшениці за останні 22 роки показує, що врожайність зростає [14] – рис. 1.

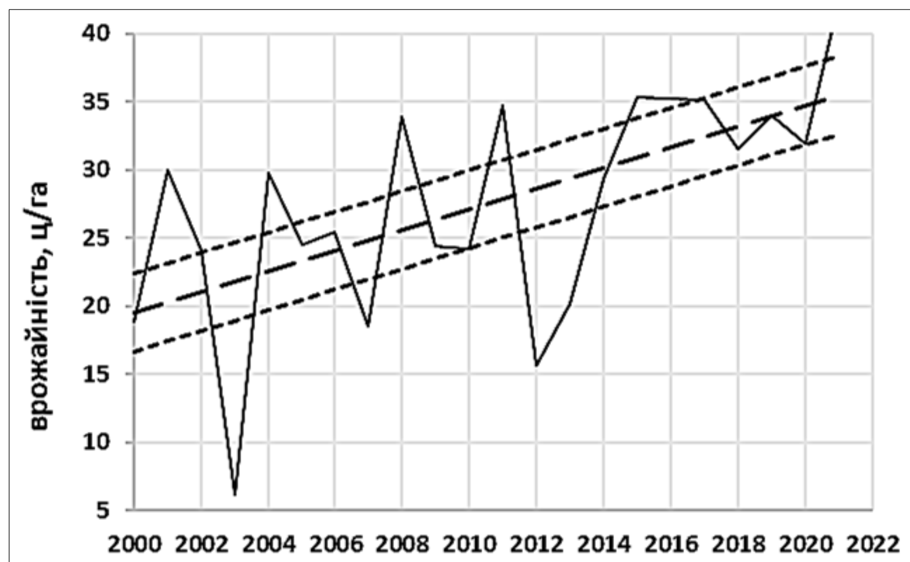


Рис. 1. Динаміка врожайності пшениці у Херсонській області. Штрихова лінія зображає лінійний тренд. Пунктирні лінії зображують межі низької та високої врожайності. Розраховано авторами за даними [1]

Підвищення врожайності стало наслідком значних інвестицій, які надійшли в галузь за останні роки. В результаті покращилася насіннєва база, підвищилась агротехнічна культура та розвинулася логістична мережа (елеватори, зерновози, порти).

Для моделювання тренду врожайності tr ми використали лінійну модель:

$$tr = a_0 + ta_1 \quad (1)$$

Проте тенденція до підвищення врожайності x_t супроводжується значними коливаннями врожайності, причиною яких здебільшого є вплив погодно-кліматичних факторів.

Коливання врожайності можна охарактеризувати відхиленнями від тренду eps_t (детрендована врожайність):

$$eps_t = x_t - tr_t \quad (2)$$

Коливання врожайності зумовлюють ризики, пов'язані з вирощуванням зернових культур. Є різні підходи до оцінювання ризику зерновиробництва. Дане дослідження присвячене оцінюванню ризику вирощування пшениці в областях України з використанням статистичних даних про врожайність.

Статистичні методи оцінювання ризику

Класичним методом оцінювання ризику в економіці є використання стандартного відхилення дохідності активу. Для використання такого підходу необхідно виконання двох умов: стаціонарність дохідності та відповідність даних до нормального закону розподілу. У нашому дослідженні аналогом дохідності виступає врожайність. При цьому перша з вказаних вище умов не виконується, оскільки врожайність пшениці зростає в усіх регіонах України. Тому ми використовуємо модифікований варіант стандартного відхилення для нестаціонарних даних. Для оцінки величини погодно-кліматичного ризику ми використовували стандартне відхилення значень врожайності від тренду:

$$R_1 = \sqrt{\frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}(x_t - tr_t)^2} \quad (3)$$

Тут T – тривалість періоду спостережень у роках.

При подальших викладках ми приймаємо гіпотезу про нормальний розподіл детрендованої врожайності.

Співвідношення (3) дещо перебільшує роль даних, які сильно відхиляються від тренду. Тому іноді використовують модифікацію попереднього співвідношення:

$$R_2 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}|x_t - tr_t| \quad (4)$$

При описаному вище визначенні міри ризику однаково трактуються як додатні, так і від'ємні відхилення врожайності від тренду. Такий підхід не відповідає означенню ризику, як можливості настання несприятливої події [15]. Тому часто в якості покращеної міри ризику використовується семіваріація, яка обчислюється за формулою:

$$R_3 = \sqrt{\frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T} d_t^2} \quad (5)$$

або модифікований варіант:

$$R_4 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} d_t \quad (6)$$

Тут $d_t = \begin{cases} tr_t - x_t, & \text{якщо } x_t < tr_t; \\ 0, & \text{якщо } x_t \geq tr_t. \end{cases} \quad (7)$

В співвідношеннях (5) – (6), для оцінювання ризику, використовуються лише негативні відхилення врожайності від тренду. Це особливо важливо у випадку значної асиметрії закону розподілу трендових відхилень врожайності.

Графічна ілюстрація описаних вище методів оцінювання ризику зерновиробництва представлена на рис. 2. Аналіз рисунків показує, що найбільший ризик зерновиробництва є характерним для областей степового регіону України (Одеська, Миколаївська, Дніпропетровська, Кіровоградська) та деяких областей чорноземної зони (Харківська, Черкаська, Полтавська).

Інший підхід, який є ефективним для порівняльного аналізу ступеня ризику вирощування пшениці в областях України – це ранжування областей за ступенем спадання ризику (табл. 1). При цьому ранг 1 відповідає регіону з найвищим ступенем ризику. Аналіз таблиці показує, що практично немає різниці між методами оцінки ризику R_3 та R_4. Різниця між

методами R_1 та R_2 також є невеликою. Звідси слідує висновок, що метод семіваріації не вносить суттєвого покращення в оцінку ризику зерновиробництва.

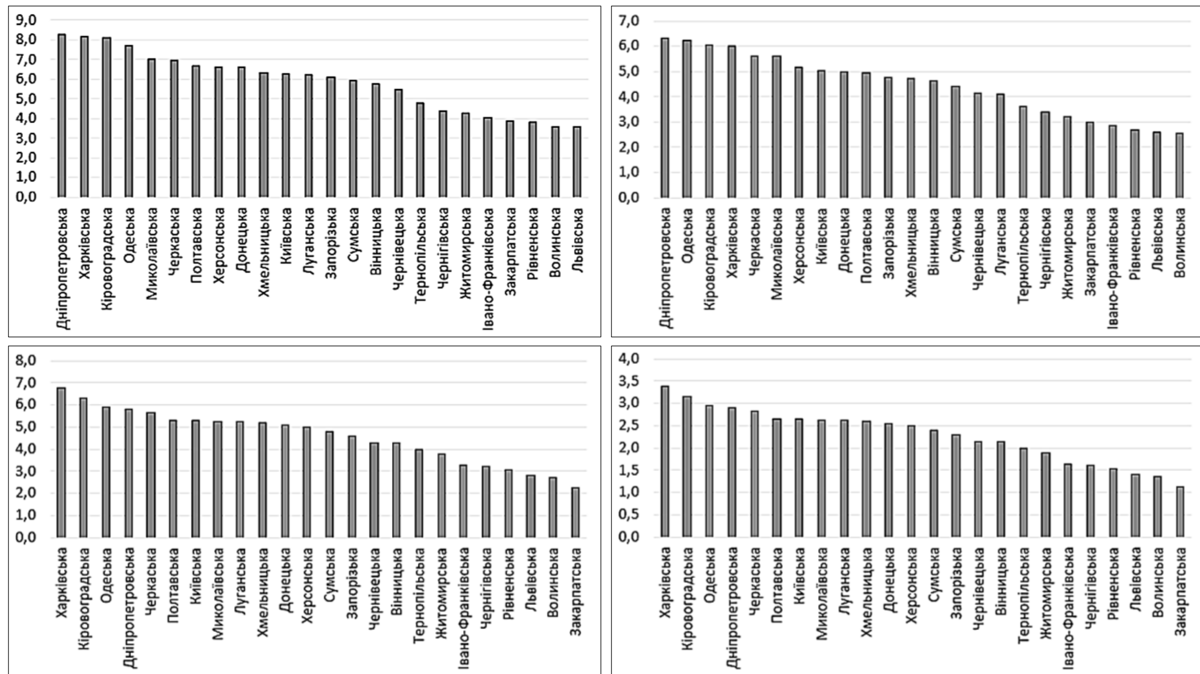


Рис. 2. Оцінювання ризику вирощування пшениці в областях України. Зліва вгорі – метод R_1; справа вгорі – метод R_2; зліва внизу – метод R_3; справа внизу – метод R_4

Різниця між підходами R_1 та R_3 також не дуже велика. Таким чином, остаточний висновок полягає у тому, що варіація трендових відхилень врожайності R_1 є достатньо надійним методом оцінювання ризику зерновиробництва. Метод ранжування дає найвищі оцінки ризику зерновиробництва для Харківської, Дніпропетровської, Кіровоградської та Одеської областей. Найменші ризики зерновиробництва є характерними для Рівненської, Волинської, Львівської та Закарпатської областей.

Ідентифікація закону розподілу врожайності

Описані вище статистичні методи оцінювання ризику зерновиробництва дають усереднену певним чином оцінку ризику для кожної області України. Однак вони не дають відповіді на питання: як оцінити імовірність втрат врожаю у вибраній області з імовірністю α. Для розв’язування подібних задач необхідно мати інформацію про закон розподілу врожайності для даної області.

Недостатня кількість спостережень врожайності для однієї області (22 роки) не дозволяє встановити закон розподілу врожайності. Однак, схожі природно-кліматичні характеристики сусідніх областей дозволяють згрупувати їх в агрокліматичні зони [13]. Аналіз кореляційної матриці, побудованої на основі часових рядів детрендованої врожайності, дозволив нам виділити три агрокліматичні зони на території України: степова зона (Одеська, Херсонська, Миколаївська, Дніпропетровська, Запорізька та Кіровоградська області); лісостепова зона (Сумська, Харківська, Полтавська, Київська, Черкаська та Вінницька області); західна зона (Волинська, Рівненська, Житомирська, Львівська, Тернопільська та Хмельницька області) – таблиця 2. Для групування областей ми використовували кореляційний аналіз часових рядів детрендованої врожайності, отриманої за співвідношенням (2). Такий підхід пояснюється тим, що значення трендових залишків врожайності найбільш адекватно

відображає вплив погодно-кліматичних умов на врожайність пшениці. Якісно відмінний характер динаміки врожайності в інших областях України, які не включені до даного переліку, не дозволив віднести їх до жодної з вищеназваних зон. Великий обсяг даних по одній агрокліматичній зоні (132 спостереження) дає можливість отримати статистично значущу оцінку закону розподілу залишків врожайності для даної зони. Перейдемо до задачі ідентифікації закону розподілу трендових залишків врожайності пшениці для трьох агрокліматичних зон України. Для перевірки гіпотези про розподіл випадкової величини використовуються різні методи: статистика Пірсона [16], статистика Колмогорова та статистика Жарка-Бера [17].

У даній роботі ми використали перший підхід, який дозволяє не тільки перевірити гіпотезу про тип розподілу детрендованої врожайності, але і уточнити значення коефіцієнта розподілу γ. Для реалізації критерію Пірсона результати спостережень (трендові залишки врожайності) сортують за величиною і групують за інтервалами. Ширина крайніх інтервалів вибирається дещо більшою, оскільки кожен інтервал повинен містити не менше 3-5 спостережень. Статистика χ^2 (хі-квадрат) в тесті Пірсона використовується для вимірювання розбіжностей між спостережуваними частотами n_i і теоретично очікуваними частотами m_i в i-му інтервалі. Статистика хі-квадрат розраховується за формулою:

$$Q^2 = \sum_i \frac{(n_i - m_i)^2}{m_i} \qquad (8)$$

Величину суми можна мінімізувати, скоригувавши коефіцієнт розподілу γ (співвідношення (10)). Оптимальне значення параметра γ було визначено нами шляхом мінімізації суми Q^2 з використанням методу спряженого градієнта. Такий підхід дозволяє визначити теоретичний розподіл детрендованої врожайності, який найкраще відповідає фактичним значенням.

Таблиця 1. Ранжування областей України за ступенем ризику вирощування пшениці

Область	Оцінювання ризику				Ранжування				Сума рангів
	R_1	R_2	R_3	R_4	R_1	R_2	R_3	R_4	
Харківська	8,18	6,00	6,78	3,39	2	4	1	1	8
Дніпропетровська	8,29	6,31	5,79	2,90	1	1	4	4	10
Кіровоградська	8,12	6,07	6,31	3,15	3	3	2	2	10
Одеська	7,73	6,21	5,91	2,95	4	2	3	3	12
Черкаська	6,97	5,60	5,66	2,83	6	5	5	5	21
Миколаївська	7,03	5,59	5,24	2,62	5	6	8	8	27
Полтавська	6,67	4,96	5,30	2,65	7	10	6	6	29
Київська	6,28	5,04	5,29	2,65	11	8	7	7	33
Херсонська	6,63	5,17	5,02	2,51	8	7	12	12	39
Донецька	6,61	4,98	5,12	2,56	9	9	11	11	40
Хмельницька	6,32	4,75	5,20	2,60	10	12	10	10	42
Луганська	6,23	4,11	5,23	2,62	12	16	9	9	46
Запорізька	6,11	4,78	4,60	2,30	13	11	14	14	52
Сумська	5,94	4,40	4,78	2,39	14	14	13	13	54
Вінницька	5,78	4,64	4,29	2,14	15	13	16	16	60
Чернівецька	5,46	4,17	4,29	2,15	16	15	15	15	61
Тернопільська	4,82	3,62	4,00	2,00	17	17	17	17	68
Житомирська	4,28	3,21	3,79	1,89	19	19	18	18	74
Чернігівська	4,41	3,38	3,22	1,61	18	18	20	20	76
Івано-Франківська	4,05	2,88	3,29	1,65	20	21	19	19	79
Рівненська	3,82	2,71	3,09	1,54	22	22	21	21	86
Закарпатська	3,89	2,98	2,27	1,14	21	20	24	24	89
Львівська	3,58	2,60	2,83	1,41	24	23	22	22	91
Волинська	3,60	2,56	2,69	1,35	23	24	23	23	93

Таблиця 2. Кореляційний аналіз трендових залишків врожайності для областей України

	Kherson	Zaporizhzhia	Odesa	Kirovohrad	Mykolaiv	Dnipropetrovsk	Sumy	Kharkiv	Poltava	Cherkasy	Kyiv	Vinnytsia	Volyn'	Rivne	Lviv	Ternopil'	Khmelnytskyi	Zhytomyr	Donetsk	Zakarpattia	Ivano-Frankivsk	Luhansk	Chernivtsi	Chernihiv
Kherson	1	0,90	0,78	0,74	0,87	0,83	0,34	0,58	0,60	0,49	0,25	0,68	0,32	0,52	0,37	0,51	0,48	0,66	-0,18	0,15	0,02	0,19	-0,23	0,14
Zaporizhzhia	0,90	1	0,73	0,86	0,89	0,95	0,42	0,72	0,76	0,60	0,32	0,60	0,21	0,31	0,22	0,32	0,27	0,57	-0,30	0,01	0,04	0,16	-0,20	0,02
Odesa	0,78	0,73	1	0,81	0,91	0,73	0,48	0,53	0,67	0,65	0,38	0,82	0,37	0,57	0,45	0,56	0,59	0,61	-0,12	0,21	0,08	0,19	-0,36	0,19
Kirovohrad	0,74	0,86	0,81	1	0,90	0,91	0,58	0,77	0,89	0,83	0,59	0,71	0,32	0,44	0,31	0,36	0,36	0,60	-0,20	0,05	-0,11	0,16	-0,26	-0,02
Mykolaiv	0,87	0,89	0,91	0,90	1	0,88	0,47	0,60	0,74	0,70	0,40	0,77	0,33	0,49	0,39	0,47	0,49	0,66	-0,25	0,19	0,10	0,12	-0,22	0,17
Dnipropetrovsk	0,83	0,95	0,73	0,91	0,88	1	0,55	0,80	0,83	0,63	0,37	0,54	0,30	0,35	0,23	0,29	0,24	0,52	-0,23	0,01	0,05	0,19	-0,10	-0,01
Sumy	0,34	0,42	0,48	0,58	0,47	0,55	1	0,76	0,74	0,54	0,60	0,51	0,62	0,62	0,60	0,60	0,53	0,61	0,12	-0,10	-0,19	0,23	-0,05	-0,25
Kharkiv	0,58	0,72	0,53	0,77	0,60	0,80	0,76	1	0,87	0,59	0,50	0,55	0,45	0,47	0,42	0,43	0,35	0,51	-0,11	-0,22	-0,14	0,25	0,00	-0,16
Poltava	0,60	0,76	0,67	0,89	0,74	0,83	0,74	0,87	1	0,83	0,66	0,66	0,36	0,42	0,34	0,36	0,33	0,59	-0,20	-0,16	-0,21	0,17	-0,24	-0,18
Cherkasy	0,49	0,60	0,65	0,83	0,70	0,63	0,54	0,59	0,83	1	0,79	0,77	0,23	0,39	0,28	0,35	0,42	0,64	-0,22	0,07	-0,36	0,14	-0,45	-0,19
Kyiv	0,25	0,32	0,38	0,59	0,40	0,37	0,60	0,50	0,66	0,79	1	0,58	0,49	0,43	0,50	0,45	0,48	0,70	0,08	0,02	-0,46	0,15	-0,31	-0,39
Vinnytsia	0,68	0,60	0,82	0,71	0,77	0,54	0,51	0,55	0,66	0,77	0,58	1	0,38	0,67	0,58	0,72	0,76	0,80	-0,15	0,13	-0,19	0,17	-0,41	0,03
Volyn'	0,32	0,21	0,37	0,32	0,33	0,30	0,62	0,45	0,36	0,23	0,49	0,38	1	0,78	0,88	0,73	0,72	0,61	0,20	0,14	-0,01	0,02	0,14	-0,08
Rivne	0,52	0,31	0,57	0,44	0,49	0,35	0,62	0,47	0,42	0,39	0,43	0,67	0,78	1	0,84	0,89	0,90	0,79	0,09	0,25	-0,01	-0,03	-0,10	0,06
Lviv	0,37	0,22	0,45	0,31	0,39	0,23	0,60	0,42	0,34	0,28	0,50	0,58	0,88	0,84	1	0,91	0,88	0,74	0,22	-0,01	-0,12	0,02	0,05	-0,09
Ternopil'	0,51	0,32	0,56	0,36	0,47	0,29	0,60	0,43	0,36	0,35	0,45	0,72	0,73	0,89	0,91	1	0,94	0,82	0,14	0,08	-0,14	0,06	-0,12	0,01
Khmelnytskyi	0,48	0,27	0,59	0,36	0,49	0,24	0,53	0,35	0,33	0,42	0,48	0,76	0,72	0,90	0,88	0,94	1	0,84	0,11	0,20	-0,12	0,12	-0,16	0,00
Zhytomyr	0,66	0,57	0,61	0,60	0,66	0,52	0,61	0,51	0,59	0,64	0,70	0,80	0,61	0,79	0,74	0,82	0,84	1	-0,02	0,14	-0,17	0,10	-0,26	-0,18
Donetsk	-0,18	-0,30	-0,12	-0,20	-0,25	-0,23	0,12	-0,11	-0,20	-0,22	0,08	-0,15	0,20	0,09	0,22	0,14	0,11	-0,02	1	-0,02	-0,39	0,53	0,00	0,03
Zakarpattia	0,15	0,01	0,21	0,05	0,19	0,01	-0,10	-0,22	-0,16	0,07	0,02	0,13	0,14	0,25	-0,01	0,08	0,20	0,14	-0,02	1	0,41	0,09	-0,21	0,46
Ivano-Frankivsk	0,02	0,04	0,08	-0,11	0,10	0,05	-0,19	-0,14	-0,21	-0,36	-0,46	-0,19	-0,01	-0,01	-0,12	-0,14	-0,12	-0,17	-0,39	0,41	1	-0,28	0,29	0,34
Luhansk	0,19	0,16	0,19	0,16	0,12	0,19	0,23	0,25	0,17	0,14	0,15	0,17	0,02	-0,03	0,02	0,06	0,12	0,10	0,53	0,09	-0,28	1	-0,16	-0,01
Chernivtsi	-0,23	-0,20	-0,36	-0,26	-0,22	-0,10	-0,05	0,00	-0,24	-0,45	-0,31	-0,41	0,14	-0,10	0,05	-0,12	-0,16	-0,26	0,00	-0,21	0,29	-0,16	1	0,31
Chernihiv	0,14	0,02	0,19	-0,02	0,17	-0,01	-0,25	-0,16	-0,18	-0,19	-0,39	0,03	-0,08	0,06	-0,09	0,01	0,00	-0,18	0,03	0,46	0,34	-0,01	0,31	1

Мінімізоване значення суми Q^2 дозволяє визначити значення імовірності *p-value*. Низьке значення імовірності (*p-value* <0,05) вказує на те, що розбіжності між спостережуваними і очікуваними частотами статистично значущі, і нульову гіпотезу про досліджуваний розподіл слід відхилити. Якщо виконується умова *p-value* ≥0.05, тоді приймається гіпотеза про відповідність даних до досліджуваного розподілу.

Закони розподілу Коші та Лапласа відображають «товсті хвости» розподілу і є характерними для розподілу дохідності деяких фінансових інструментів. Згідно з нашими дослідженнями [6], для розподілу детрендованих залишків врожайності є характерними закони розподілу Гауса (нормальний) та Лапласа. Тому, для ідентифікації закону розподілу детрендованої врожайності у агрокліматичних зонах України ми будемо використовувати саме ці закони розподілу.

Кумулятивна функція нормального розподілу задається співвідношенням:

$$F(z) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt \qquad (9)$$

Тут $z = \frac{x-\mu}{\sigma\sqrt{2}}$; μ – математичне сподівання випадкової величини x; σ – середньоквадратичне відхилення x.

Кумулятивна функція розподілу Лапласа задається співвідношенням:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{\gamma(x-\mu)}, x \le \mu; \\ 1 - \frac{1}{2} e^{-\gamma(x-\mu)}, x > \mu. \end{cases} \qquad (10)$$

Для опису асиметричного розподілу дохідності використовують більш складні функції розподілу, такі як асиметричний розподіл Лапласа [18].

Наші дослідження показали, що трендові залишки врожайності добре підкоряються нормальному закону розподілу у західному регіоні України і, дещо гірше, у лісостеповому регіоні. Розподіл залишків врожайності для степового регіону має характерні «важкі хвости» і найкраще описується розподілом Лапласа [19] – рис. 3. Використання асиметричного розподілу Лапласа дає лише невеликі поправки до симетричного розподілу трендових залишків врожайності (коефіцієнт асиметрії k=0,994). Це свідчить про незначну асиметрію розподілу.

У випадку нормального закону розподілу за математичне сподівання трендових залишків врожайності приймають їх середнє статистичне значення. Якщо закон розподілу є асиметричним, за математичне сподівання приймають значення медіани розподілу залишків. Для степового регіону ми використовували значення медіани трендових відхилень врожайності *med* = 0,81 ц/га. Відповідні розрахунки були

виконані нами з використанням програмного забезпечення на Python [20].

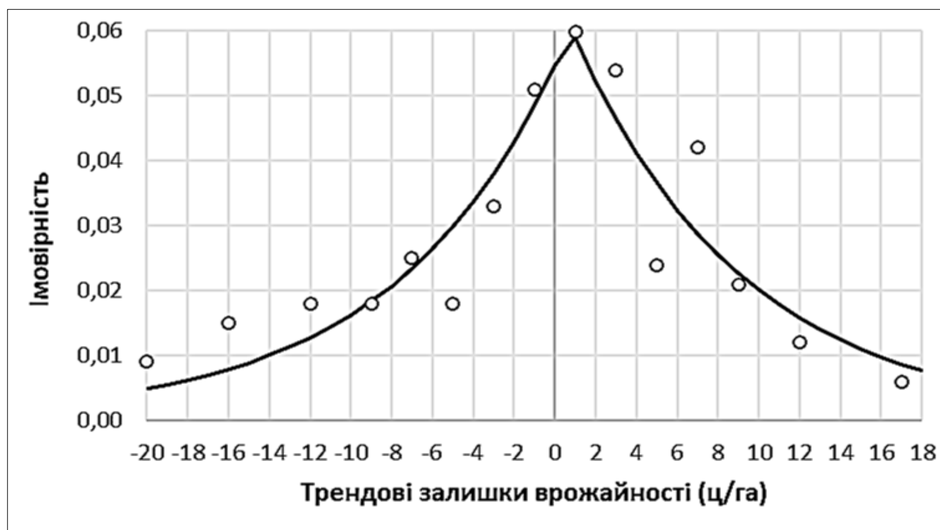


Рис. 3. Розподіл трендових залишків врожайності для степового регіону України. Точки – фактичний розподіл, суцільна лінія – симетричний розподіл Лапласа

Квантильні методи оцінювання ризиків

У даному дослідженні ми використовуємо методику оцінювання ризиків, прийняту для оцінювання фінансових ризиків. Довгий час традиційним методом вимірювання фінансових ризиків було стандартне відхилення дохідності. Цей підхід ґрунтується на припущенні про нормальний розподіл доходів. Коли з'ясувалося, що нормальний розподіл не характерний для дохідності фінансових інструментів, стали використовуватися інші методи оцінки ризику. Найбільш поширеними серед них є кількісні оцінки ризику, які спираються на гіпотези про тип розподілу дохідності фінансового інструмента.

У сучасній теорії ризиків найкращими вважаються міри, які обчислюють ризик на основі відповідних квантилів функції втрат. Сьогодні найпоширенішою квантильною мірою є *Value-at-Risk (VaR)* [21]. VaR_α − це мінімальний рівень втрат з імовірністю ($1-\alpha$), або ж максимальний рівень втрат з імовірністю α. VaR_α − це оцінка втрат, яку очікувані збитки не перевищать протягом даного періоду часу з заданою ймовірністю α. Для обчислення точного значення квантиля необхідно знати функцію розподілу дохідності досліджуваного активу $F_x(x)$. При відомому рівні довіри α для VaR_α ризик фінансового активу з дохідністю дорівнює [22]:

$$VaR_\alpha(x_t) = sup\{x \in \Re : F_x \leq \alpha\} \quad (11)$$

VaR_α характеризується трьома параметрами: рівнем довіри (зазначена ймовірність), часовим горизонтом і одиницями вимірювання. У фінансовій статистиці найбільш часто використовувані довірчі рівні – 95% і 99%. Для статистики врожайності ми будемо використовувати рівень довіри 90% (α=0,10). Такий вибір пояснюється значними коливаннями врожайності пшениці у різні роки спостережень. Наприклад, для Дніпропетровської області середньоквадратичне відхилення залишків врожайності становить 8,29 ц/га, для Харківської області цей показник становить 8,18 ц/га. Період часу у наших оцінках становить 1 рік, одиницею вимірювання є одиниця вимірювання врожайності − 1 ц/га.

На практиці для розрахунку міри ризику *VaR* використовуються кілька методів, найпоширенішим з яких є метод історичного моделювання. В основі цього методу лежить припущення про те, що розподіл детрендованої врожайності у майбутньому буде подібним до того розподілу, який спостерігався раніше.

Недоліком методу *VaR* є те, що він дає

оцінку ризику тільки для зазначеного рівня достовірності. Крім того, міра ризику VaR не є адитивною. В результаті VaR портфеля, що складається з двох інструментів, може бути більшим, ніж сума VaR цих інструментів окремо. Цей недолік відсутній в методі умовного значення під ризиком ($CVaR$), який заснований на методі VaR. Умовна вартість під ризиком − це зважений за ймовірністю очікуваний збиток у хвості розподілу за межами порогу VaR. Формальне визначення $CVaR$ можна записати наступним чином:

$$CVaR_{\alpha}(X) = E(F(X) | X > VaR_{\alpha}) \quad (12)$$

Використовуючи форму функції розподілу Лапласа (10), аналітичний вираз для VaR_{α} можна знайти при заданому довірчому рівні VaR_{α} [6]:

$$VaR_{\alpha} = \mu + \frac{1}{\gamma} ln(2\alpha) \quad (13)$$

Аналітичний вираз для VaR_{α} при нормальному розподілі отримати не вдається. У цьому випадку значення VaR_{α} потрібно шукати із виразу (9), враховуючи, що $F(x)=\alpha$ та

$$z = \frac{VaR_{\alpha} - \mu}{\gamma\sqrt{2}} \quad (14)$$

Використовуючи отримані вирази та програмне середовище Python за підтримки бібліотеки Scipy, ми розрахували оцінки ризику VaR та $CVaR$ на довірчому рівні 90% для кожної агрокліматичної зони (таблиця 3). Для розрахунку $CVaR$ ми виконували чисельне інтегрування функції розподілу $F(x)$ згідно із співвідношенням:

$$CVaR_{\alpha} = \frac{\int_{-\infty}^{VaR_{\alpha}} x \cdot F(x)dx}{\int_{-\infty}^{VaR_{\alpha}} F(x)dx} \quad (15)$$

Таблиця 3. Міри ризику *VaR* і *CVaR* для різних агрокліматичних зон (рівень надійності 90%)

	Степ	Лісостеп	Захід
Розподіл залишків	Лапласа	нормальний	нормальний
VaR, (ц/га)	-9.43	-8.40	-5.67
CVaR, (ц/га)	-15.84	-11.51	-7.76

Наведене у табл. 3 значення *CVaR* дає оцінку можливих втрат врожайності (ц/га) у порівнянні з очікуваним трендовим значенням, які можуть настати з імовірністю 10% і менше. Як показує аналіз таблиці 3, міра ризику *CvaR* дає оцінку ризику на 37% вищу, ніж міра ризику *VaR* у випадку нормального розподілу; міра ризику *CvaR* дає оцінку ризику на 68% вищу, ніж міра ризику *VaR* у випадку розподілу Лапласа. З таблиці видно, що степова зона є найбільш ризикованим регіоном з точки зору вирощування пшениці. Захід є найменш ризикованим регіоном завдяки малій імовірності літньої спеки та посухи. Однак, зміни клімату, які тривають, можуть змінити отримані нами оцінки.

Висновки

Виробництво зерна в Україні забезпечує продовольчі потреби населення та стабільне надходження валюти. Однак, зерновиробництво супроводжується високими ризиками, які пов'язані з міжрічними коливаннями врожайності. У даній роботі для оцінки ризиків зерновиробництва вибрана врожайність, а не рентабельність виробництва, оскільки офіційні статистичні дані щодо рентабельності не завжди є надійними. При сучасному рівні технології зерно-виробництва витрати на виробництво зерна приблизно однакові у різних регіонах України, тому врожайність може служити адекватною характеристикою дохідності її вирощування. Для числових оцінок були використані статистичні дані щодо врожайності пшениці в областях України за період 2000 – 2021 рр.

Оскільки врожайність пшениці в областях України в останні роки має стійку тенденцію до зростання, для дослідження коливань врожайності було використано не відхилення врожайності від середнього значення, а відхилення врожайності від лінійного тренду. Авторами використано два підходи до оцінювання ризику зерновиробництва. При першому підході за міру ризику вибирають суму квадратів (модулів) відхилень врожайності від лінійного тренду врожайності. Це дозволяє порівнювати два регіони за ступенем ризику зерновиробництва. Другий підхід дозволяє оцінити імовірність фіксованих втрат врожаю на основі ідентифікованої функції розподілу залишків врожайності. Нами показано, що для трендових

відхилень врожайності найбільш характерними є нормальний розподіл та розподіл Лапласа. Використано методи *Var* та *CvaR* для отримання оцінок втрат врожаю з імовірністю 10% та менше.

Отримані результати представляють інтерес для аграріїв та інвесторів, оскільки дозволяють планувати посіви зернових з урахуванням імовірних ризиків.

Література

1. Державна служба статистики України. [Online]. Available: https://www.ukrstat.gov.ua/.
2. D. Muller, A. Jungandreas, F. Koch, F. Shirhorn. (2016) The impact of climate change on wheat production in Ukraine. Report on agricultural policy (APD).
3. Галяс А, Гаврилюк В. та ін. (2008) Методи мінімізації аграрних ризиків та підвищення ефективності зерновиробництва. Канадсько-український зерновий проект.
4. Грицюк П.М. (2009) Динаміка врожайності зернових: прогнози і ризики. Економіка України, с. 42-52.
5. Євтушенко Г.В., Тимків Н.Я., Шешеня А.А. (2016) Особливості управління ризиками в аграрному секторі економіки. Науковий вісник Міжнародного гуманітарного університету: Економіка і менеджмент, 17, с. 49-52.
6. Грицюк П.М., Гаврилюк М.С. (2024) Ідентифікація закону розподілу залишків врожайності сільськогосподарських культур. Комп'ютерне моделювання та програмне забезпечення інформаційних систем і технологій (КМПЗ_2024). IV міжнародна науково-практична конференція, Львів-Чернівці, с. 76-80.
7. P. Feng, B. Wang, D. L. Liu, C. Waters, D. Xiao, L. Shi, and Q. Yu. (2020) Dynamic wheat yield forecasts are improved by a hybrid approach using a biophysical model and machine learning technique. Agricultural and Forest Meteorology, pp. 285-286. https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2020.107922.
8. D. Elavarasan, D.R. Vincent, V. Sharma, A.Y. Zomaya, and K. Srinivasan. (2018) Forecasting yield by integrating agrarian factors and machine learning models: a survey, Computers and Electronics in Agriculture, Vol. 155, pp. 257-282. https://doi.org/10.1016/j.compag.2018.10.024.
9. S. Veenadhari, B. Misra, and C. Singh. (2014) Machine learning approach for forecasting crop yield based on climatic parameters, 2014 International Conference on Computer Communication and Informatics. IEEE, pp. 1-5. https://doi.org/10.1109/ICCCI.2014.6921718.
10. M. Kuradusenge, E. Hitimana, D. Hanyurwimfura, P. Rukundo, K. Mtonga, A. Mukasine, C. Uwitonze, J. Ngabonziza, and A. Uwamahoro. (2023) Crop Yield Prediction Using Machine Learning Models: Case of Irish Potato and Maize. Agriculture, 13(1). https://doi.org/10.3390/agriculture13010225.
11. P.B. Gibson, W.E. Chapman, A. Altinok, L.D. Monache, M.J. DeFlorio, and D.E. Waliser. (2021) Training machine learning models on climate model output yields skillful interpretable seasonal precipitation forecasts. Commun Earth Environ 2, 159. https://doi.org/10.1038/s43247-021-00225-4.
12. V.S. Konduri, T.J. Vandal, S. Ganguly, and A.R. Ganguly. (2020) Data science for weather impacts on crop yield. Frontiers in Sustainable Food Systems, Vol. 4, pp. 1-11. [Online]. Available: https://doi.org/10.3389/fsufs.2020.00052.
13. Petro Hrytsiuk, Maksym Havryliuk. (2025) Modeling of the nonlinear impact of climatic factors on wheat yield using machine learning techniques. In book: Information and Communication Technologies in Education, Research, and Industrial Applications. pp 20-35. [Online]. Available: https://doi.org/10.15407/jai2025.01.121.
14. Petro Hrytsiuk, Tetiana Babych, Olena Hladka, Maryna Nehrey. (2024) Modeling of wheat yield in the steppe region of Ukraine using machine learning techniques. CEUR Workshop Proceedings. Proceedings of the 12-th International Conference "Information Control Systems & Technologies" (ICST 2024), Odesa, Ukraine, September 23-25, Vol. 3790, pp. 409-421. [Online]. Available: https://ceur-ws.org/Vol-3790/paper36.pdf.
15. Вітлінський В.В., Великоіваненко Г.І. (2004) Ризикологія в економіці та підприємництві: монографія. К.: КНЕУ, 480 с.
16. Greenwood, P.E.; Nikulin, M.S. (1996). A guide to chi-squared testing. New York: Wiley.
17. Hall, Robert E.; Lilien, David M.; et al. (1995). EViews User Guide, p. 141.
18. Kozubowski, Tomasz J.; Podgorski, Krzysztof (2000). A Multivariate and Asymmetric Generalization of Laplace Distribution. Computational Statistics, Vol. 15(4), pp. 531-540. https://doi.org/10.1007/PL00022717.
19. Petro Hrytsiuk, Tetiana Babych. (2020) The cryptocurrencies risk measure based on the Laplace distribution. Machine Learning for Prediction of Emergent Economy Dynamics 2020. International Conference on Monitoring, Modeling & Management of Emergent Economy, Odesa, Ukraine, January 2022, pp. 261-276.
20. McKinney, W. (2018) Python for Data Analysis. O'Reilly Media.
21. Dowd, Kevin (2005). Measuring Market Risk. John Wiley & Sons.
22. Uryasev, S., (2000). Conditional Value-at-Risk: Optimization Algorithms and Applications. Financial Engineering News, Vol. 14, pp. 1-5.

References

1. Derzhavna sluzhba statystyky Ukrayiny. [Online]. Available: https://www.ukrstat.gov.ua/.
2. D. Muller, A. Jungandreas, F. Koch, F. Shirhorn. (2016) The impact of climate change on wheat production in Ukraine. Report on agricultural policy (APD).
3. Halyas A, Havrylyuk V. ta in. (2008) Metody minimizaciyi ahrarnyx ryzykiv ta pidvyshhennya efektyvnosti zernovyrobnyctva. Kanadsko-ukrayinskyj zernovyj proekt.
4. Hrycyuk P.M. (2009) Dynamika vrozhajnosti zernovyx: prohnozy i ryzyky. Ekonomika Ukrayiny, c. 42-52.
5. Yevtushenko H.V., Tymkiv N.Ya., Sheshenya A.A. (2016) Osoblyvosti upravlinnya ryzykamy v ahrarnomu sektori ekonomiky. Naukovyj

visnyk Mizhnarodnoho humanitarnoho universytetu: Ekonomika i menedzhment, 17, c. 49-52.

6. Hrycyuk P.M., Havrylyuk M.S. (2024) Identyfikaciya zakonu rozpodilu zalyshkiv vrozhajnosti silskohospodarskyx kultur. Komp'yuterne modelyuvannya ta prohramne zabezpechennya informacijnyx system i texnolohij (KMPZ_2024). IV mizhnarodna naukovo-praktychna konferenciya, Lviv-Chernivci, c. 76-80.

7. P. Feng, B. Wang, D.L. Liu, C. Waters, D. Xiao, L. Shi, and Q. Yu. (2020) Dynamic wheat yield forecasts are improved by a hybrid approach using a biophysical model and machine learning technique. Agricultural and Forest Meteorology, pp. 285-286. https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2020.107922.

8. D. Elavarasan, D.R. Vincent, V. Sharma, A.Y. Zomaya, and K. Srinivasan. (2018) Forecasting yield by integrating agrarian factors and machine learning models: a survey, Computers and Electronics in Agriculture, Vol. 155, pp. 257-282. https://doi.org/10.1016/j.compag.2018.10.024.

9. S. Veenadhari, B. Misra, and C. Singh. (2014) Machine learning approach for forecasting crop yield based on climatic parameters, 2014 International Conference on Computer Communication and Informatics. IEEE, pp. 1-5. https://doi.org/10.1109/ICCCI.2014.6921718.

10. M. Kuradusenge, E. Hitimana, D. Hanyurwimfura, P. Rukundo, K. Mtonga, A. Mukasine, C. Uwitonze, J. Ngabonziza, and A. Uwamahoro. (2023) Crop Yield Prediction Using Machine Learning Models: Case of Irish Potato and Maize. Agriculture, 13(1). https://doi.org/10.3390/agriculture13010225.

11. P.B. Gibson, W.E. Chapman, A. Altinok, L.D. Monache, M.J. DeFlorio, and D.E. Waliser. (2021) Training machine learning models on climate model output yields skillful interpretable seasonal precipitation forecasts. Commun Earth Environ 2, 159. https://doi.org/10.1038/s43247-021-00225-4.

12. V.S. Konduri, T.J. Vandal, S. Ganguly, and A.R. Ganguly. (2020) Data science for weather impacts on crop yield. Frontiers in Sustainable Food Systems, Vol. 4, pp. 1-11. [Online]. Available: https://doi.org/10.3389/fsufs.2020.00052.

13. Petro Hrytsiuk, Maksym Havryliuk. (2025) Modeling of the nonlinear impact of climatic factors on wheat yield using machine learning techniques. In book: Information and Communication Technologies in Education, Research, and Industrial Applications. pp 20-35. [Online]. Available: https://doi.org/10.15407/jai2025.01.121.

14. Petro Hrytsiuk, Tetiana Babych, Olena Hladka, Maryna Nehrey (2024) Modeling of wheat yield in the steppe region of Ukraine using machine learning techniques. CEUR Workshop Proceedings. Proceedings of the 12-th International Conference "Information Control Systems & Technologies" (ICST 2024), Odesa, Ukraine, September 23-25, Vol. 3790, pp. 409-421. [Online]. Available: https://ceur-ws.org/Vol-3790/paper36.pdf.

15. Vitlinskyj V.V., Velykoivanenko H.I. (2004) Ryzykolohiya v ekonomici ta pidpryyemnyctvi: monohrafiya. K.: KNEU, 480 c.

16. Greenwood, P.E.; Nikulin, M.S. (1996). A guide to chi-squared testing. New York: Wiley.

17. Hall, Robert E.; Lilien, David M.; et al. (1995). EViews User Guide, p. 141.

18. Kozubowski, Tomasz J.; Podgorski, Krzysztof (2000). A Multivariate and Asymmetric Generalization of Laplace Distribution. Computational Statistics, Vol. 15(4), pp. 531-540. https://doi.org/10.1007/PL00022717.

19. Petro Hrytsiuk, Tetiana Babych. (2020) The cryptocurrencies risk measure based on the Laplace distribution. Machine Learning for Prediction of Emergent Economy Dynamics 2020. International Conference on Monitoring, Modeling & Management of Emergent Economy, Odesa, Ukraine, January 2022, pp. 261-276.

20. McKinney, W. (2018) Python for Data Analysis. O'Reilly Media.

21. Dowd, Kevin (2005). Measuring Market Risk. John Wiley & Sons.

22. Uryasev, S., (2000). Conditional Value-at-Risk: Optimization Algorithms and Applications. Financial Engineering News, Vol. 14, pp. 1-5.

The article has been sent to the editors 04.06.25.
After processing 14.06.25.
Submitted for printing 30.06.25.